$$\varepsilon_i = (Yi - f(X_i))^2 = (Y_i - (\alpha * X_i + \beta))^2 = Y_i^2 + (\alpha^2 * X_i^2 + \beta^2 + 2 * \alpha * X_i * \beta) - 2 * Y_i * (\alpha * X_i + \beta)$$

Et l'erreur totale est égale à :

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i$$

Elle est minimale si les dérivées par rapport aux paramètres ***α*** et ***β*** s'annulent :

$$\frac{\delta\varepsilon}{\delta\alpha} = 0 \text{ et } \frac{\delta\varepsilon}{\delta\beta} = 0$$

Avec :

$$\frac{\delta\varepsilon_i}{\delta\alpha} = 2 * \alpha * X_i^2 + 2 * X_i * \beta - 2 * Y_i * (X_i) = 2 * X_i * (\alpha * X_i + \beta - Y_i)$$

Et :

$$\frac{\delta\varepsilon_i}{\delta\beta} = 2 * \beta + 2 * \alpha * X_i - 2 * Y_i)$$

Donc :

$$\frac{\delta\varepsilon}{\delta\alpha} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta\varepsilon_i}{\delta\alpha} = \sum_{i=1}^{n} 2 * X_i * (\alpha * X_i + \beta - Y_i) = 0$$

Et :

$$\frac{\delta\varepsilon}{\delta\beta} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta\varepsilon_i}{\delta\beta} = \sum_{i=1}^{n} (2 * \beta + 2 * \alpha * X_i - 2 * Y_i) = 2 * \sum_{i=1}^{n} (\beta + \alpha * X_i - Y_i) = 0$$

De la seconde expression :

$$n * \beta + \alpha * \sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0$$

Soit :

$$\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} Y_i = \alpha * \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} X_i + \beta$$

Soit :

$$\overline{Y} = \alpha * \overline{X} + \beta$$

Nous en déduisons que la droite de régression passe par le point $(\overline{X} ; \overline{Y})$. La valeur de ***β*** est alors :

$$\beta = \overline{Y} - \alpha * \overline{X}$$

En la remplaçant dans la première expression, cela donne :

$$2 * \sum_{i=1}^{n} X_i * (\alpha * X_i + \beta - Y_i) = 2 * \sum_{i=1}^{n} X_i * (\alpha * X_i + (\overline{Y} - \alpha * \overline{X}) - Y_i) = 0$$

Soit :